

Παράδειγμα κατασκευής ενός συγχρονικού πλήρη Πίνακα Επιβίωσης-Ελλάδα, άνδρες 1990 (Ε. Ανδρουλάκη)

Βήμα (1)

Καταγράφουμε τον πληθυσμό στη μέση του έτους 1990 ανά ηλικιακή ομάδα και τους αντίστοιχους θανάτους (Στήλες A1 και A2). Συνηθίζεται να χρησιμοποιούμε το μέσο όρο τριών ετών παρυκείμενων του έτους που μας ενδιαφέρει για τους θανάτους (δηλαδή των ετών 1989-90-91) έτσι ώστε να εξομαλύνονται τυχόν εξάρσεις ή μειώσεις της θνησιμότητας ανά ηλικία που οφείλονται στη συγκυρία και όχι στο πρότυπο θνησιμότητας της χώρας.

Βήμα (2)

Κατασκευάζουμε τα m_x διαιρώντας τους θανάτους με τον πληθυσμό σε κάθε ηλικιακή ομάδα ($A3=A2/A1$).

Βήμα (3)

Δημιουργούμε τα q_x , στήλη A4. Είναι το **πιο σημαντικό βήμα** στη δημιουργία των πινάκων επιβίωσης. Ο γενικός τύπος τον οποίον χρησιμοποιούμε από την ηλικία 5-100 είναι ο εξής: $2 \cdot m_x / (2 + m_x)$. Για τις ηλικίες 1-4 χρησιμοποιούμε σύμφωνα με τη βιβλιογραφία (Παπαδάκης Ε., Τσίμπος Κ. (1993) τους τύπους Reed-Merrell ως εξής εφαρμόζοντας $n=1$:

$$q_x = 1 - e^{(-m_x - 0.008 \cdot m_x^2)}$$

Στη συνέχεια ένα πολύ σημαντικό βήμα είναι η δημιουργία του q_0 μέσω της δημιουργίας της βρεφικής θνησιμότητας κατά τη θεωρία. Στο παράδειγμα έχουμε τις γεννήσεις των δύο ετών (1989-90), οι οποίες όμως δεν είναι επιμερισμένες σε αγόρια-κορίτσια, πράγμα το οποίο κάνουμε εφαρμόζοντας το γενικό κανόνα ότι για κάθε 105 αγόρια γεννιούνται 100 κορίτσια (αναλογία 0,512). Στη συνέχεια εφαρμόζουμε τον τύπο της βρεφικής θνησιμότητας: Μέσος όρος θανάτων βρεφών (Θάνατοι 1989+1980+1991/3) / 1/3 γεννήσεων αγοριών (1989)+2/3 γεννήσεων αγοριών (1990) και το αποτέλεσμα το εισάγουμε στη στήλη A4 στη θέση του q_0 .

Τέλος στη θεωρούμε το q_{100} ότι είναι 1, δηλαδή ότι όλοι οι άνδρες που φτάνουν σε αυτήν την ηλικία θα πεθάνουν τελικά πριν φτάσουν στην επόμενη (101 ακριβή έτη). Με αυτόν τον τρόπο συμπληρώνουμε τη στήλη A4.

Βήμα (4)

Σε αυτό το στάδιο ξεκινάμε να υπολογίσουμε τις στήλες A5 (Οι επιβιώσαντες της υποθετικής γενεάς με "ρίζα" 10.000 ή 100.000 στις ακριβείς ηλικίες, l_x ή S_x) και A6 (θάνατοι υποθετικής γενεάς, d_x) σε συνδυασμό. Ξεκινάμε από τη στήλη A5 (l_x ή S_x) θέτοντας τη ρίζα του πίνακα 100.000. Υπολογίζουμε τους θανάτους που αναλογούν σε αυτήν την υποθετική γενεά των 100.000 -αν αυτοί ακολουθούσαν το πρότυπο της χώρας μας το οποίο αντιπροσωπεύεται από τις πιθανότητες θανάτου, δηλαδή τις q_x της στήλης A4- ως εξής: Πολλαπλασιάζουμε την q_0 με το 100.000 και βρίσκουμε τους θανάτους d_0 για την ηλικία 0 (θέση 0, στήλη A6).

Στη συνέχεια αφαιρούμε τους θανάτους αυτούς από τους 100.000 και βρίσκουμε τους επιζώντες της θεωρητικής γενεάς της ηλικίας 1 (θέση S_1 , στήλη A5).

Έπειτα πολλαπλασιάζουμε το αποτέλεσμα, δηλαδή τους επιζώντες της ηλικίας 1 (θέση S_1 , στήλη A5) με την πιθανότητα θνησιμότητας ανάμεσα στην ηλικία 1 και στην ηλικία 2 ακριβώς (θέση q_1 από τη

στήλη A4) και βρίσκουμε τους θανάτους της υποθετικής γενεάς ανάμεσα στα πρώτα και δεύτερα γενέθλια – θανάτους δηλ. που συνέβησαν από την ηλικία 1 ακριβώς έως την ηλικία 2 ακριβώς- (θέση d_1 στη στήλη A6).

Το αποτέλεσμα το αφαιρούμε πάλι από τους επιζώντες της ηλικίας 1 (ακριβής ηλικία), και βρίσκουμε τους επιζώντες της ηλικίας 2 -ακριβής πάλι ηλικία- (θέση S_2 στη στήλη A5). Ξανά πολλαπλασιάζουμε τους επιζώντες της ηλικίας 2 με την πιθανότητα θανάτου q_2 , στήλη A4, βρίσκουμε τους θανάτους της ηλικίας 2, τους αφαιρούμε από τους επιζώντες της ηλικίας 2 για να βρούμε αυτούς της ηλικίας 3 κ.ο.κ.. μέχρι την ηλικία 100 όπου θεωρείται ότι όλοι οι επιζώντες που γιόρτασαν τα 100 τους γενέθλια θα πεθάνουν πριν συμπληρώσουν τα 101 τους γενέθλια (θα πεθάνουν δηλαδή ανάμεσα στα 100 ακριβώς και 101 έτη ακριβώς ($S_{100}=d$ ανάμεσα στα 100 και 101-ακριβή έτη).

Βήμα (5)

Στη συνέχεια υπολογίζουμε τη στήλη A7, τα L_x : Ο αριθμός των επιζώντων στο μεσοδιάστημα ανάμεσα στις διαδοχικές επετείους. Υπολογίζεται από την υποθετική γενεά (στήλη A5) σε συνδυασμό με τους θανάτους της (στήλη A6) ως εξής: l_x (στήλη A5)- $0,5*d_x$ (στήλη A6), για κάθε ηλικιακή ομάδα αντίστοιχα.

Βήμα (6)

Τώρα υπολογίζεται η στήλη A8 (T_x), η αθροιστική συχνότητα της στήλης A7 (L_x). Υπολογίζεται με ανάποδο τρόπο, ξεκινώντας από την τελευταία ηλικία (100) της στήλης A7 την οποία τοποθετούμε στη θέση T_{100} στη στήλη A8. Στη συνέχεια προστίθενται διαδοχικά όλες οι προηγούμενες ηλικίες της A7 μέχρι να φτάσουμε στην T_0 .

Βήμα (7)

Τέλος υπολογίζουμε την μέση προσδοκώμενη ζωή στην ηλικία x (e_x , στήλη A9) πολύ απλά διαιρώντας την αθροιστική συχνότητα T_x με τους επιζώντες της υποτιθέμενης γενεάς l_x για κάθε ηλικιακή ομάδα (A8/A5).

Με τον τρόπο αυτό ολοκληρώνουμε την κατασκευή ενός πλήρους πίνακα επιβίωσης αναλυτικά.

B.1.) Παράδειγμα συνοπτικού συγκριτικού Πίνακα Επιβίωσης ([Ελλάδα, άνδρες 1990](#))

Η κατασκευή ενός συνοπτικού πίνακα επιβίωσης γίνεται κατ' αντιστοιχία με τον πλήρη πίνακα. Είναι σαφές ότι όπου έχουμε αναλυτικά τις 5 πρώτες ηλικιακές ομάδες ακολουθούμε πιστά την κατασκευή του πλήρη πίνακα όπως αυτός παρουσιάστηκε στο προηγούμενο παράδειγμα. Όσον αφορά τώρα τις διαφορές τους αυτές οφείλονται στη διαφορετική τιμή του $n=5$ ενώ για τον πλήρη $n=1$. Ουσιαστικά οι διαφορές αυτές εντοπίζονται μόνο στον τρόπο υπολογισμού των ${}_5q_x$. Ωστόσο η διαδικασία επαναλαμβάνεται παρακάτω αναλυτικά:

Βήμα (1)

Καταγράφουμε τον πληθυσμό στη μέση του έτους 1990 ανά **πενταετή** ηλικιακή ομάδα και τους αντίστοιχους θανάτους (Στήλες B1 και B2). Συνηθίζεται να χρησιμοποιούμε το μέσο όρο τριών ετών παρακείμενων του έτους που μας ενδιαφέρει για τους θανάτους (δηλαδή των ετών 1989-90-91) έτσι ώστε να εξομαλύνονται τυχόν εξάρσεις ή μειώσεις της θνησιμότητας ανά ηλικία που οφείλονται στη συγκυρία και όχι στο πρότυπο θνησιμότητας της χώρας. Προσπαθούμε να έχουμε αναλυτική καταγραφή ανά μονοετή ηλικιακή ομάδα για τις πρώτες ηλικίες 0,1,2,3,4 ή αν αυτό είναι αδύνατο για την ηλικία 0 οπωσδήποτε (0,1-4,5,...) διότι οι θάνατοι τις ηλικίας αυτής είναι ιδιαίτερα αυξημένοι σε σχέση με τις υπόλοιπες. Στο συγκεκριμένο παράδειγμα έχουμε την κατανομή 0,1,2,3,4,5,10,...,100+.

Βήμα (2)

Κατασκευάζουμε τα m_x διαιρώντας τους θανάτους με τον πληθυσμό σε κάθε ηλικιακή ομάδα ($B3=B2/B1$).

Βήμα (3)

Δημιουργούμε τα ${}_5q_x$, στήλη B4. Είναι το **πιο σημαντικό βήμα** στη δημιουργία των πινάκων επιβίωσης. Ο γενικός τύπος τον οποίον χρησιμοποιούμε για τις ηλικίες 5-100 είναι ο εξής: $2*5*m_x/(2+5*m_x)$.

Για τις ηλικίες 0-4 ακολουθούμε τα βήματα του πλήρη πίνακα επιβίωσης τα οποία επαναλαμβάνονται εδώ για λόγους ευταξίας:

Για τις ηλικίες 1-4 χρησιμοποιούμε σύμφωνα με τη βιβλιογραφία (Παπαδάκης Ε., Τσίμπος Κ. (1993) τους τύπους Reed-Merrell ως εξής εφαρμόζοντας $n=1$:

$$q_x = 1 - e^{(-m_x - 0.008*m_x^2)}$$

Στη συνέχεια ένα πολύ σημαντικό βήμα είναι η δημιουργία του q_0 μέσω της δημιουργίας της βρεφικής θνησιμότητας κατά τη θεωρία. Στο παράδειγμα έχουμε τις γεννήσεις των δύο ετών (1989-90), οι οποίες όμως δεν είναι επιμερισμένες σε αγόρια-κορίτσια, πράγμα το οποίο κάνουμε εφαρμόζοντας το γενικό κανόνα ότι για κάθε 105 αγόρια γεννιούνται 100 κορίτσια (αναλογία 0,512). Στη συνέχεια εφαρμόζουμε τον τύπο της βρεφικής θνησιμότητας: Μέσος όρος θανάτων βρεφών (1989-1991)/ $1/3$ γεννήσεων αγοριών (1989)+ $2/3$ γεννήσεων αγοριών (1990) και το αποτέλεσμα το εισάγουμε στη στήλη B4 στη θέση του q_0 .

Τέλος στη θεωρούμε το ${}_5q_{100}$ ότι είναι 1, δηλαδή ότι όλοι οι άνδρες που φτάνουν σε αυτήν την ηλικία θα πεθάνουν τελικά πριν φτάσουν τα 105 έτη (ακριβής ηλικία). Με αυτόν τον τρόπο συμπληρώνουμε τη στήλη B4.

Βήμα (4)

Σε αυτό το στάδιο ξεκινάμε να υπολογίσουμε τις στήλες B5 (Οι επιβίωσαντες της υποθετικής γενεάς με "ρίζα" 10.000 ή 100.000 στις ακριβείς ηλικίες, l_x ή S_x) και B6 (θάνατοι υποθετικής γενεάς, ${}_5d_x$) σε συνδυασμό. Ξεκινάμε από τη στήλη B5 (l_x ή S_x) θέτοντας τη ρίζα του πίνακα 100.000. Υπολογίζουμε τους θανάτους που αναλογούν σε αυτήν την υποθετική γενεά των 100.000 -αν αυτοί ακολουθούσαν το πρότυπο της χώρας μας το οποίο αντιπροσωπεύεται από τις πιθανότητες θανάτου, δηλαδή τις ${}_5q_x$ της στήλης B4- ως εξής: Πολλαπλασιάζουμε την q_0 με το 100.000 και βρίσκουμε τους θανάτους d_0 που συνέβησαν ανάμεσα στην γέννηση και τα πρώτα γενέθλια - ακριβή ηλικία 1 (θέση 0, στήλη B6).

Στη συνέχεια αφαιρούμε τους θανάτους αυτούς από τους 100.000 και βρίσκουμε τους επιζώντες της θεωρητικής γενεάς της ηλικίας 1 ακριβώς (θέση S_1 , στήλη B5).

Έπειτα πολλαπλασιάζουμε το αποτέλεσμα, δηλαδή τους επιζώντες της ηλικίας 1 (θέση S_1 , στήλη B5) με την πιθανότητα θνησιμότητας ανάμεσα στην ακριβή ηλικία 1 και την ακριβή ηλικία 2 ετών (θέση q_1 από τη στήλη B4) και βρίσκουμε τους θανάτους της υποθετικής γενεάς ανάμεσα στα πρώτα και δεύτερα γενέθλια (θέση d_1 στη στήλη B6).

Το αποτέλεσμα το αφαιρούμε πάλι από τους επιζώντες της ακριβούς ηλικίας 1, και βρίσκουμε τους επιζώντες στα δεύτερα γενέθλια -ακριβή ηλικία 2- (θέση S_2 στη στήλη B5). Ξανά πολλαπλασιάζουμε τους επιζώντες της ηλικίας 2 με την πιθανότητα θανάτου q_2 , στήλη B4, βρίσκουμε τους θανάτους

ανάμεσα στα 2 και 3 έτη (ηλικία), τους αφαιρούμε από τους επιζώντες της ακριβούς ηλικίας 2 για να βρούμε αυτούς επιβίωσαν στα τρίτα τους γενέθλια (ακριβής ηλικία 3) κ.ο.κ.. μέχρι την ακριβή ηλικία 100 όπου θεωρείται ότι όλοι οι επιζώντες θα πεθάνουν πλην συμπληρώσουν το 105 έτος της ηλικίας τους ($S_{100}=d$ ανάμεσα στα 100 και τα 105 ακριβή έτη). Μετά την ηλικία 4 όπου ξεκινάνε οι πενταετείς ηλικιακές ομάδες δεν αλλάζει τίποτα. Υπολογίζουμε τους θανάτους για τις πενταετίες και τις αφαιρούμε από τους επιζώντες για να βρούμε τους επιζώντες στην επόμενη ηλικιακή ομάδα μέχρι να φτάσουμε στην εκατοστή.

Βήμα (5)

Στη συνέχεια υπολογίζουμε τη στήλη B7, τα L_x : Ο αριθμός των επιζώντων στο μεσοδιάστημα ανάμεσα στις διαδοχικές επετείους. Υπολογίζεται από την υποθετική γενεά (στήλη B5) σε συνδυασμό με τους θανάτους της (στήλη B6) ως εξής: l_x (στήλη B5) $- 0,5 * d_x$ (στήλη B6) για κάθε ηλικιακή ομάδα αντίστοιχα.

Βήμα (6)

Τώρα υπολογίζεται η στήλη B8 (T_x), η αθροιστική συχνότητα της στήλης B7 (L_x). Υπολογίζεται με ανάποδο τρόπο, ξεκινώντας από την τελευταία ηλικία (100) της στήλης B7 την οποία τοποθετούμε στη θέση T_{100} στη στήλη B8. Στη συνέχεια προστίθενται διαδοχικά όλες οι προηγούμενες ηλικίες της B7 μέχρι να φτάσουμε στην T_0 .

Βήμα (7)

Τέλος υπολογίζουμε την μέση προσδοκώμενη ζωή στην ηλικία x (e_x , στήλη B9) πολύ απλά διαιρώντας την αθροιστική συχνότητα T_x με τους επιζώντες της υποτιθέμενης γενεάς l_x για κάθε ηλικιακή ομάδα (B8/B5). Με τον τρόπο αυτό ολοκληρώνουμε και τη κατασκευή ενός συνοπτικού πίνακα επιβίωσης αναλυτικά.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Κοτζαμάνης Β., Ανδρουλάκη Ελευθερία (1999), *Δημογραφία* Διδακτικές Σημειώσεις Πανεπιστημίου Θεσσαλίας, Βόλος, 73 σ.

Παπαδάκης Μ., Τσίμπος Κ. (1992), *Περιφερειακοί Πίνακες επιβίωσης του Ελληνικού πληθυσμού*, Αθήνα, εκδ. Βήτα, 83 σ..

Σιάμπος Γ. (1993), *Δημογραφία*, Αθήνα, εκδ.επιχ. «Το οικονομικό» Κ.&Π. ΣΜΠΗΛΙΑΣ Α.Ε.Β.Ε., 496 σ..