

## Ο μέσος ετήσιος ρυθμός μεταβολής του πληθυσμού (B. Κοτζαμάνης)

Ο δημογράφος συχνά χρησιμοποιεί δείκτες για τη μελέτη της μεταβολής του μεγέθους ενός πληθυσμού. Ο κυριότερος εξ αυτών είναι ο μέσος ετήσιος ρυθμός μεταβολής ή άλλως η μέση ετήσια μεταβολή του πληθυσμού ( $r$ ), που δεν θα πρέπει να συγχέεται με την ποσοστιαία μεταβολή του πληθυσμού. Ο δείκτης αυτός, υπολογίζεται βάσει του τύπου του ανατοκισμού, ως εξής  $P_{t+n} = P_t(1+r)^n$

όπου  $P_t$  είναι ο πληθυσμός στην αρχή της περιόδου  $t$ ,  $n$  είναι ο αριθμός των ετών που πέρασαν από το χρόνο εκκίνησης  $t$ ,  $P_{t+n}$  είναι ο πληθυσμός στο τέλος της περιόδου και  $r$  είναι ο μέσος ετήσιος ρυθμός μεταβολής. Π.χ. εάν ο πληθυσμός της Ελλάδας ήταν (απογραφή) στην 1/1/1991 ( $P_x$ )=10.259.900 και στην 1/1/2001 ( $P_y$ )=10.939.771, η διαφορά  $x-y=10$  (έτη) και επομένως  $10.939.771=10.259.900*(1+r)^{10}$ , επομένως  $r=6,436\%$ .

Ο μέσος ετήσιος ρυθμός μεταβολής που προφανώς μπορεί να λαμβάνει θετικές ή αρνητικές τιμές δίδει την ένταση της μεταβολής ενός πληθυσμού ανάμεσα σε δύο έτη. Η μεταβολή αυτή εκφράζεται και με το χρόνο που χρειάζεται ένας πληθυσμός για να διπλασιαστεί, χρόνος που υπολογίζεται εύκολα για τις διάφορες τιμές του  $r$  αν στην προαναφερθείσα εξίσωση θέσουμε το χρόνο ως άγνωστο  $x$  (**Πίνακας 1 και Σχήμα 1**)

Ο μέσος ετήσιος ρυθμός μεταβολής δύναται να υπολογισθεί με δύο τρόπους. Για τον υπολογισμό του με το Excel, βλέπε το συνημμένο αρχείο [ME.xls](#)

### A) Υπολογισμός μέσω λογαρίθμων

$$\begin{aligned} P_t &= p_0(1+r)^x \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \frac{P_t}{P_0} &= (1+r)^x \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \log\left(\frac{P_t}{P_0}\right) &= x \log(1+r) \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \frac{\log\left(\frac{P_t}{P_0}\right)}{X} &= \log(1+r) \end{aligned}$$

### B) Υπολογισμός μέσω της Χιωστής ρίζας

$$\begin{aligned} P_t &= p_0(1+r)^x \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \frac{P_t}{P_0} &= (1+r)^x \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 1+r &= \sqrt[x]{\frac{P_t}{P_0}} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow r &= \sqrt[x]{\frac{P_t}{P_0}} - 1 \end{aligned}$$

**Πίνακας 1: Αντιστοιχία του μέσου ετήσιου ρυθμού μεταβολής (r, ‰) σε απαιτούμενα έτη για το διπλασιασμό ενός πληθυσμού**

r (‰)	Έτη	r (‰)	Έτη	r (‰)	Έτη
1	693,49	36	19,60	71	10,11
2	346,92	37	19,08	72	9,97
3	231,40	38	18,59	73	9,84
4	173,63	39	18,12	74	9,71
5	138,98	40	17,67	75	9,58
6	115,87	41	17,25	76	9,46
7	99,37	42	16,85	77	9,34
8	86,99	43	16,46	78	9,23
9	77,36	44	16,10	79	9,12
10	69,66	45	15,75	80	9,01
11	63,36	46	15,41	81	8,90
12	58,11	47	15,09	82	8,80
13	53,66	48	14,78	83	8,69
14	49,86	49	14,49	84	8,59
15	46,56	50	14,21	85	8,50
16	43,67	51	13,93	86	8,40
17	41,12	52	13,67	87	8,31
18	38,85	53	13,42	88	8,22
19	36,83	54	13,18	89	8,13
20	35,00	55	12,95	90	8,04
21	33,35	56	12,72	91	7,96
22	31,85	57	12,50	92	7,88
23	30,48	58	12,29	93	7,79
24	29,23	59	12,09	94	7,72
25	28,07	60	11,90	95	7,64
26	27,00	61	11,71	96	7,56
27	26,02	62	11,52	97	7,49
28	25,10	63	11,35	98	7,41
29	24,25	64	11,17	99	7,34
30	23,45	65	11,01	100	7,27
31	22,70	66	10,85		
32	22,01	67	10,69		
33	21,35	68	10,54		
34	20,73	69	10,39		
35	20,15	70	10,24		

Σχήμα 1 Χρόνος διπλασιασμού του πληθυσμού με βάση το μέσο ετήσιο ρυθμό μεταβολής ( $r$ , ‰)

