

## Θνησιμότητα-Πίνακες Επιβίωσης (B. Κοτζαμάνης)

### Ορισμοί

Ο **θάνατος** είναι ένα αναπόφευκτο μη επαναλαμβανόμενο δημογραφικό γεγονός. Σύμφωνα με τον Παγκόσμιο Οργανισμό Υγείας θάνατος είναι η διαρκής και οριστική εξαφάνιση κάθε έτους ζωής, η οποία επέρχεται σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή μετά τη γέννηση ζώντος ανθρώπινου οργανισμού.

Ο **θάνατος εμβρύου** ή αλλιώς γέννηση νεκρού ορίζεται η γέννηση νεογνού το οποίο δεν ανέπνευσε κατά την έξοδό του από το σώμα της μητέρας του ούτε έδειξε άλλα σημεία ζωής, ο δε θάνατος του εμβρύου επήλθε μετά από κύηση 28 πλήρων εβδομάδων και άνω, πριν από την πλήρη έξοδο και τον αποχωρισμό του από τη μητέρα.

Ο **βρεφικός θάνατος** αναφέρεται στο θάνατο που επέρχεται σε ένα βρέφος πριν συμπληρώσει το 1ο έτος της ζωής του.

### Δείκτες

**Θνησιμότητα:** Ο όρος παραπέμπει συνήθως στη συχνότητα των θανάτων σε έναν πληθυσμό, δηλαδή στον αδρό δείκτη της θνησιμότητας ο οποίος δεν είναι τίποτε άλλο από το ποσοστό (%) των θανάτων επί του αναφερόμενου πληθυσμού στο μέσο της χρονικής περιόδου αναφοράς.

**Βρεφική Θνησιμότητα:** Είναι ένας σημαντικός κοινωνικός δείκτης ο οποίος ορίζεται ως τον λόγο των βρεφικών θανάτων που σημειώθηκαν στη διάρκεια ενός ημερολογιακού έτους (d0-365) προς τον αριθμό των γεννήσεων ζώντων (B) του έτους αυτού (%). Με άλλα λόγια ο δείκτης βρεφικής θνησιμότητας εκφράζει την αναλογία των θανάτων βρεφών κάτω του έτους σε 1000 γεννήσεις ζώντων ετησίως.

**Ειδικοί κατά ηλικία συντελεστές θνησιμότητας:** Ορίζονται για κάθε ηλικία και κάθε φύλο χωριστά ως ο λόγος των θανόντων ηλικίας x ή εύρους ηλικιών (από x- x+n) ενός ημερολογιακού έτους προς τον πληθυσμό της ίδιας ηλικιακής ομάδας στο μέσο του έτους αυτού (%). Χρησιμοποιούνται συχνά για τον υπολογισμό των πινάκων επιβίωσης ενώ μας δίνουν μια καλή προσέγγιση της κατά φύλο και ηλικίας κατανομής την θνησιμότητας.

Η μελέτη της θνησιμότητας κατά ηλικία γίνεται μέσω ενός ιδιότυπου πίνακα βιοτικών γεγονότων που είναι ο πίνακας επιβίωσης ή πίνακας θνησιμότητας. Η μέθοδος αυτή της ανάλυσης θνησιμότητας είναι η πλέον διαδεδομένη καθώς επιτρέπει διεθνείς συγκρίσεις τόσο δια-χωρικές όσο και δια-χρονικές.

### Πίνακες επιβίωσης

Ο **πίνακας επιβίωσης** (ή άλλως **πίνακας θνησιμότητας**), την ιδέα δημιουργίας του οποίου πρώτος συνέλαβε ο *J. Graunt* επιτρέπει την ακριβή περιγραφή του τρόπου με τον οποίο “εξαφανίζονται” προοδευτικά τα μέλη μιας γενεάς εξ αιτίας της θνησιμότητας. Οι πίνακες επιβίωσης διακρίνονται σε:

- Πίνακες επιβίωσης περιόδου** (συγχρονική ανάλυση), οι οποίοι βασίζονται σε δεδομένα για τους κατά ηλικιακή ομάδα θανάτους μιας περιόδου (έτους, πενταετίας κ.τ.λ) και στον κατά ηλικιακή ομάδα πληθυσμό στο μέσον της ίδιας περιόδου.
- Πίνακες επιβίωσης γενεάς** (διαγενεακή ανάλυση), οι οποίοι βασίζονται στους συντελεστές θνησιμότητας οι οποίοι προκύπτουν από τη διαχρονική παρακολούθηση των μελών μιας γενεάς. Το είδος αυτό των πινάκων επιβίωσης προϋποθέτει ότι είμαστε σε θέση να παρακολουθήσουμε τη θνησιμότητα των ατόμων της συγκεκριμένης γενεάς από το σημείο εκκίνησης (γέννηση) μέχρι την εξαφάνισή της με το θάνατο και του τελευταίου μέλους της. Κατά συνέπεια, οι διαγενεακοί πίνακες επιβίωσης αποτελούν κατά κάποιο τρόπο το μέσο για την ιστορική περιγραφή της θνησιμότητας, αφού δεν είναι δυνατόν να υπολογισθούν πριν οι γενεές εξαφανιστούν ολοκληρωτικά (δηλαδή 100 περίπου χρόνια μετά την γέννηση των μελών τους).

Οι πίνακες θνησιμότητας δημιουργούνται συνήθως ξεχωριστά για κάθε φύλο, λόγω των σημαντικά διαφορετικών κατά ηλικία επιπέδων θνησιμότητας στους άνδρες και τις γυναίκες και διακρίνονται *ανάλογα του εύρους των ηλικιακών ομάδων* στις οποίες αναφέρονται σε: α) *πλήρεις*, όπου τα δεδομένα των θανάτων και του πληθυσμού δίδονται κατά μονοετείς ηλικιακές ομάδες και β) *συνεπτυγμένους* όπου τα δεδομένα δίδονται για ευρύτερες ηλικιακές ομάδες (συνήθως πενταετείς).

Τέλος, οι πίνακες επιβίωσης (αναλυτικοί ή συνεπτυγμένοι) δύνανται να δημιουργηθούν και ανά αιτία θανάτου. Για την ταξινόμησή των θανάτων ανά αιτία χρησιμοποιείται το πρότυπο ταξινόμησης του Παγκόσμιου Οργανισμού Υγείας (Manual of the International Statistical Classification of Diseases, Injuries and Causes of Death) το οποίο ταξινομεί τους θανάτους σε μεγάλες ομάδες αιτιών.

### Πίνακας επιβίωσης περιόδου

Ο πίνακας επιβίωσης περιόδου (συγχρονική ανάλυση) αποτελεί μια θεωρητική επινόηση με δεδομένες τις κάτωθι συμβάσεις:

- Έχουμε μια υποθετική αρχική γενεά 100.000 ατόμων (γεννήσεις ζώντων). Ο πληθυσμός των ατόμων αυτών καλείται “ρίζα” του πίνακα.
- Η υποθετική αυτή γενεά έχει την ίδια κατά ηλικία θνησιμότητα με αυτήν του πληθυσμού της περιόδου αναφοράς. Έτσι, σε κάθε ηλικία τα μέλη της γενεάς αυτής αποβιώνουν σύμφωνα με τους συντελεστές θνησιμότητας του πραγματικού πληθυσμού (είναι δε προφανές ότι σε μια ληκτική χρονολογία όλα τα μέλη της θα αποβιώσουν).
- Ο υπό παρατήρηση πληθυσμός είναι «κλειστός» (δεν υπάρχουν διαφορά έξοδοι και είσοδοι) και επομένως οι όποιες μεταβολές του οφείλονται αποκλειστικά στους θανάτους.

### Κατασκευή ενός πλήρους πίνακα επιβίωσης

Ο πίνακας αυτός (βλέπε παράδειγμα, **Πίνακας 1**) δημιουργείται όταν διαθέτουμε τους πληθυσμούς και τους καταγραφέντες θανάτους ανά μονοετείς ηλικιακές ομάδες (συνήθως σε συμπληρωμένα έτη).

**Πίνακας 1: Σλοβενία, 1990-1992, αναλυτικός πίνακας επιβίωσης ανδρών**

ΗΛΙΚΙΕΣ (x)	$P_x$	$D_x$	$m_x$	$q_x$	$q'_x$	$l_x (S_x)$	$d_x$	$L_x$	$T_x$	$e_x$
0	22570	217	9,614533	0,00961	0,00961	100000	961	99183	6941550	69,42
1	23319	19	0,814786	0,00081	0,00081	99039	80	98991	6842367	69,09
2	24774	4	0,161460	0,00076	0,00050	98959	49	98935	6743376	68,14
3	25745	5	0,194212	0,00019	0,00040	98910	40	98890	6644441	67,18
4	25648	12	0,467873	0,00047	0,00032	98870	32	98854	6545551	66,20
5	26001	12	0,461521	0,00046	0,00027	98838	27	98825	6446697	65,22
6	26736	6	0,224417	0,00022	0,00022	98811	22		6347872	64,24
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
95	71	22	309,859155	0,30986	0,46299	462	214	355	695	1,50
96	54	15	277,777778	0,27778	0,50453	248	125	186	340	1,36
97	30	4	466,666667	0,46667	0,54775	123	67	90	154	1,24
98	13	8	615,384615	0,61538	0,59219	56	33	40	64	1,13
99	11	6	545,454545	0,54545	0,63731	23	15	16	24	1,02
100	6	2	333,333333	0,33333	0,68244	8	5		8	1,00

$q'_x$ : εξομαζωμένες πιθανότητες θανάτου

Πηγή: Statistical Office of Republic of Slovenia, Population of the Republic of Slovenia 1995, St./No 685, Ljubljana, 1997

Στη συνέχεια, παρουσιάζονται τα στοιχεία που περιλαμβάνει ένας πλήρης πίνακας επιβίωσης (δεχόμενοι αξιωματικά ότι ο πληθυσμός μας είναι “κλειστός”) και δίδονται οι βασικοί συμβολισμοί τους ως και ο τρόπος υπολογισμού τους.

Ειδικότερα έχουμε:

- $n$ : η διαφορά ανάμεσα στις διαδοχικές ακριβείς ηλικίες. Ο υποδείκτης αυτός που τίθεται αριστερά των συμβολισμών συνήθως παραλείπεται όταν ισούται με την μονάδα (περίπτωση ενός πλήρους πίνακα)
- $D_x$ : οι καταγραφέντες θάνατοι ατόμων ανά μονοετείς ηλικιακές ομάδες (ηλικία σε συμπληρωμένα έτη)
- $P_x$ : ο μέσος πληθυσμός ανά μονοετείς ηλικιακές ομάδες (ηλικία σε συμπληρωμένα έτη).
- $m_x$ : οι ειδικοί συντελεστές θνησιμότητας ανά μονοετείς ηλικιακές ομάδες. Οι συντελεστές αυτοί υπολογίζονται ως λόγος των καταγραφέντων θανάτων ηλικίας  $x$  σε συμπληρωμένα έτη ( $D_x$ ) προς το μέσο πληθυσμό  $P_x$  της ίδιας ηλικίας ( $m_x = D_x / P_x$ ) και αποτελούν τη βάση για τον υπολογισμό των πιθανοτήτων θανάτου του πίνακα επιβίωσης
- $q_x$ : οι πιθανότητες θανάτου ανάμεσα στην ακριβή ηλικία  $x$  και στην ακριβή ηλικία  $x+1$  του πίνακα. Οι πιθανότητες αυτές υπολογίζονται με βάση τους πρότερα υπολογισθέντες ειδικούς συντελεστές θνησιμότητας ανά ηλικία ( $m_x$ ), δεχόμενοι ότι οι θάνατοι είναι ισοκατανεμημένοι σε κάθε ηλικία. Για τον υπολογισμό των πιθανοτήτων αυτών από τους ειδικούς συντελεστές θνησιμότητας, για τις ομάδες 5-84 ετών σε έναν αναλυτικό πίνακα χρησιμοποιούμε τον τύπο:

$$q_x = \frac{2 \times m_x}{2 + m_x}$$

εξειδίκευση ενός γενικότερου τύπου ο οποίος ισχύει πάντοτε με δεδομένη την προαναφερθείσα υπόθεση (ισοκατανομή των θανάτων σε κάθε ηλικία),

$${}_nq_x = \frac{2 \times n \times m_x}{2 + n \times m_x}$$

Στις πρώτες όμως ηλικίες της ζωής δεν μπορούμε να εφαρμόσουμε τον προαναφερθέντα τύπο για τον υπολογισμό των πιθανοτήτων θανάτου καθώς η υπόθεση της ισοκατανομής των θανάτων στις ηλικίες αυτές δεν ισχύει. Στην περίπτωση αυτή εφαρμόζουμε:

1) Για την ηλικία 0 τον τύπο:

$$q^0 = \frac{m_0}{1 + (1 - f) \times m_0}$$

Όπου  $m_0$  η βρεφική θνησιμότητα και  $f$  ο διαχωριστικός παράγοντας (*separator factor*) ο οποίος στις ανεπτυγμένες χώρες επιτιμάται σε 0,1.

<sup>1</sup> Είναι εμφανές ότι αν: α) οι θάνατοι είναι ισοκατανεμημένοι στη διάρκεια του πρώτου έτους της ζωής, β) η βρεφική θνησιμότητα δεν μεταβάλλεται από έτος σε έτος και γ) ο αριθμός των γεννήσεων δεν διαφέρει από χρόνο σε χρόνο η πιθανότητα θανάτου στην ηλικία 0 ταυτίζεται με το δείκτη βρεφικής θνησιμότητας (θάνατοι βρεφών στη διάρκεια του έτους  $x$  / γεννήσεις ίδιου έτους), τότε το ποσοστό θνησιμότητας στην ηλικία 0 υπολογίζεται ως

$$n = \frac{d_0}{N_0}$$

2) Για τον υπολογισμό των πιθανοτήτων θανάτου για τις ηλικίες 1-4 έτη τους τύπους Reed-Merrell

$${}_nq_x = 1 - e^{(-n \times m_x - 0.008 \times n^3 \times m_x^2)}$$

οι οποίοι, για τις ηλικίες αυτές, εφόσον  $n=1$ , διαμορφώνονται ως εξής:

$${}_1q_1 = 1 - e^{(-1 \cdot m_1 - 0.008 \times 1 \cdot m_1^2)}$$

$${}_1q_2 = 1 - e^{(-1 \cdot m_2 - 0.008 \times 1 \cdot m_2^2)}$$

$${}_1q_3 = 1 - e^{(-1 \cdot m_3 - 0.008 \times 1 \cdot m_3^2)}$$

$${}_1q_4 = 1 - e^{(-1 \cdot m_4 - 0.008 \times 1 \cdot m_4^2)}$$

Τέλος, για τις ηλικίες 85 και άνω συνήθως δεν έχουμε δεδομένα ανά μονοετείς ηλικιακές ομάδες. Για να “κλείσουμε” τον πίνακά μας έχουμε αρκετές επιλογές, αλλά συνήθως χρησιμοποιούμε τα μοντέλα Gompertz ή Makeham<sup>2</sup> τα οποία θεωρούν ότι η θνησιμότητα εξελίσσεται εκθετικά με την ηλικία. Στην περίπτωση αυτή, εάν χρησιμοποιήσουμε το μοντέλο του Gompertz, θα έχουμε:

$$m_x = A \times m_{x-1}^x$$

ενώ εάν χρησιμοποιήσουμε το μοντέλο του Makeham θα έχουμε

$$m_x = A + B \times m_{x-1}^x$$

- $p_x$ : οι πιθανότητες επιβίωσης ανάμεσα στην ακριβή ηλικία  $x$  και στην ακριβή ηλικία  $x+1$ . Οι πιθανότητες αυτές είναι συμπληρωματικές των πιθανοτήτων θανάτου ( $q_x$ ), δηλ.  $p_x = 1 - q_x$
- $l_x$  ή  $S_x$ : οι επιβιώσαντες της πλασματικής γενεάς (με “ρίζα” 100.000 άτομα) στα διαδοχικά τους γενέθλια. Υπολογίζονται χρησιμοποιώντας τις πιθανότητες επιβίωσης του πίνακα, ως εξής:

$$\begin{aligned} l_0 &= 100000 \\ l_1 &= l_0 \times p_0 \\ &\dots\dots\dots \\ l_x &= l_{x-1} \times p_{x-1} \\ &\dots\dots\dots \\ l_{\omega-1} &= l_{\omega-2} \times p_{\omega-2} \\ l_{\omega} &= 0 \end{aligned}$$

όπου  $\omega$  η ηλικία στην οποία η υποθετική γενεά έχει πλέον εκλείψει

- $dx$ : οι θάνατοι του πίνακα επιβίωσης ανάμεσα σε δυο διαδοχικές ακριβείς ηλικίες που υπολογίζονται από τις πιθανότητες θανάτου. Οι πιθανότητες αυτές πολλαπλασιάζονται με τους επιβιώσαντες της υποτιθέμενης γενεάς στα διαδοχικά γενέθλια, ξεκινώντας από τη «ρίζα» της γενεάς αυτής (δηλ. 100.000 άτομα) με τον εξής τρόπο:

<sup>2</sup> βλ. Robert L.; Brown, FSA, FCIA, ACAS, *Introduction to the Mathematics of Demography*, third edition, ACXTEL Publications, Winsted, Connecticut, 1997.

$$\begin{aligned}
 d_0 &= l_0 \times q_0 \\
 d_1 &= l_1 \times q_1 \\
 &\dots\dots\dots \\
 d_x &= l_x \times q_x \\
 &\dots\dots\dots \\
 d_\omega &= 0
 \end{aligned}$$

Μπορούν όμως να υπολογισθούν εναλλακτικά και από τους επιβιώσαντες του πίνακα, ως:

$$\begin{aligned}
 d_0 &= l_0 - l_1 \\
 d_1 &= l_1 - l_2 \\
 &\dots\dots\dots \\
 d_x &= l_x - l_{x+1} \\
 &\dots\dots\dots \\
 d_\omega &= 0
 \end{aligned}$$

- ${}_nL_x$ : το πλήθος των επιζώντων του πίνακα στο μεσοδιάστημα ανάμεσα στις διαδοχικές εποτείες.

Υπολογίζονται ως εξής:

$$\begin{aligned}
 L_0 &= l_0 - 0.25 \times d_0 \\
 L_1 &= l_1 - 0.35 \times d_1 \\
 &\dots\dots\dots \\
 L_x &= l_x + 1 + 0.5 \times d_x \\
 &\dots\dots\dots \\
 L_{\omega-1} &= 0.5 \times d_{\omega-1}
 \end{aligned}$$

- $T_x$ : το πλήθος των ετών ζωής (ανθρωποέτη) που βιώνουν συνολικά (αθροιστικά) οι επιζώντες του πίνακα στο μεσοδιάστημα ανάμεσα στις διαδοχικές εποτείες από την ηλικία  $x$  και άνω (δηλ. από την ηλικία αυτή έως το τέλος της ζωής τους). Υπολογίζονται κατ' επέκταση ως το άθροισμα των  $L_x$  από την ηλικία  $x$  ως την ανώτατη ηλικία  $\omega-1$ , και επομένως:

$$\begin{aligned}
 T_0 &= \sum_{x=0}^{\omega-1} L_x \\
 T_1 &= T_0 - L_0 \\
 &\dots\dots\dots \\
 T_x &= T_{x-1} - L_{x-1} \\
 &\dots\dots\dots \\
 T_{\omega-1} &= T_{\omega-2} - L_{\omega-2}
 \end{aligned}$$

Εργαστήριο Δημογραφικών & Κοινωνικών Αναλύσεων

- $e_x$ : η προσδοκώμενη ζωή στην ηλικία  $x$ . Υπολογίζεται ως εξής:

$$\begin{array}{l}
 e_0 = \frac{T_0}{l_0} \\
 e_1 = \frac{T_1}{l_1} \\
 \dots \dots \dots \\
 e_x = \frac{T_x}{l_x} \\
 \dots \dots \dots \\
 e_{\omega-1} = \frac{T_{\omega-1}}{l_{\omega-1}}
 \end{array}$$

Με βάση τους πίνακες επιβίωσης δημιουργούμε συνήθως και τα διαγράμματα που δίνουν τις πιθανότητες θανάτου ανά ηλικιακή ομάδα (*Διάγραμμα 1*) ή ακόμη τους επιβιώσαντες στις ακριβείς ηλικίες (*Διάγραμμα 2*).

**Κατασκευή ενός συνεπτυγμένου πίνακα επιβίωσης**

Ο συνεπτυγμένος πίνακας επιβίωσης κατασκευάζεται σε αντιστοιχία με τον πλήρη (βλ. παράδειγμα, *Πίνακας 2*). Στην περίπτωση του συνεπτυγμένου πίνακα τα διαθέσιμα δεδομένα για τους θανάτους και τους πληθυσμούς δίδονται συνήθως ανά πενταετείς ηλικιακές ομάδες (σε συμπληρωμένα έτη). Σε αντιστοιχία με τον ανεπτυγμένο πίνακα έχουμε:

- $n$ : η διαφορά ανάμεσα στις διαδοχικές ακριβείς ηλικίες (συνήθως 5 έτη)
- $nDx$ : οι καταγραφέντες θάνατοι ατόμων ανά πενταετείς ηλικιακές ομάδες (ηλικία σε συμπληρωμένα έτη)

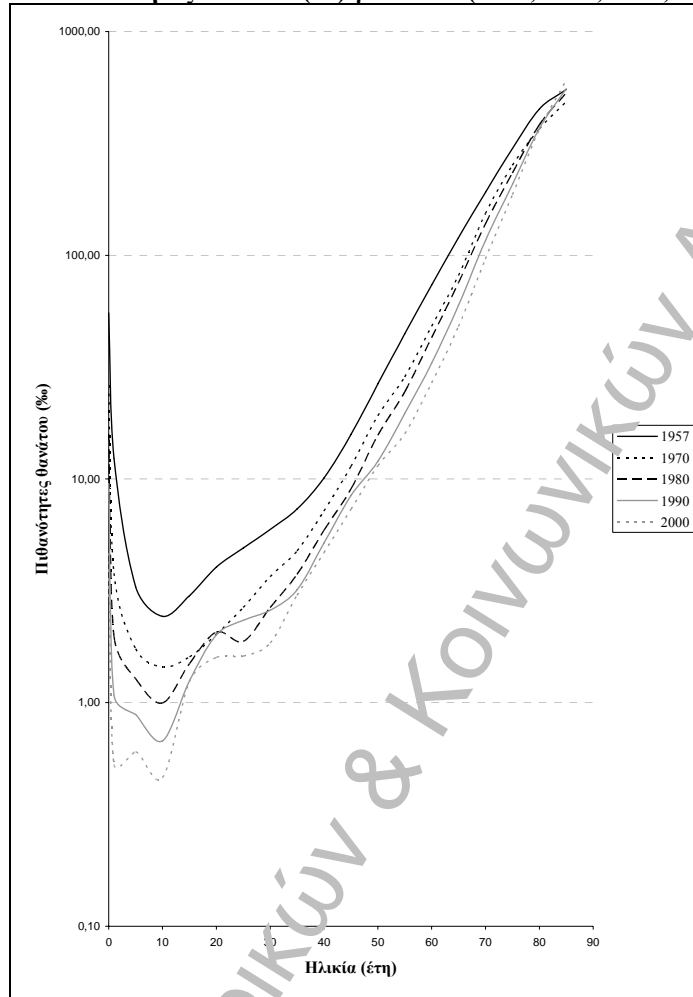
**Πίνακας 2: Ελλάδα, 1980, συνεπτυγμένος πίνακας επιβίωσης ανδρών**

Ηλικία	Επιζώντες στις διαδοχικές ακριβείς ηλικίες	Θάνατοι ανάμεσα στις διαδοχικές ακριβείς ηλικίες	Πιθανότητες θανάτου	Επιζώντες σε κάθε ηλικία	Επιζώντες στο μέσο της ηλικίας και όλα τα επόμενα έτη	Προσδοκώμενη ζωή στην αρχή της ηλικίας $x$
$x$	$l_x (S_x)$	$d(x,x+n)$	$q_x$	$L_x$	$T_x$	$e_x$
0	100.000	2.266	0,02266	98.413	7.213.784	72,14
1-4	97.734	270	0,00282	390.355	7.115.371	72,80
5-9	97.458	150	0,00160	486.900	6.725.016	69,00
10-14	97.302	212	0,00217	485.980	6.283.116	64,11
85+	20.556	20.556	1,00000	88.661	106.145	5,16

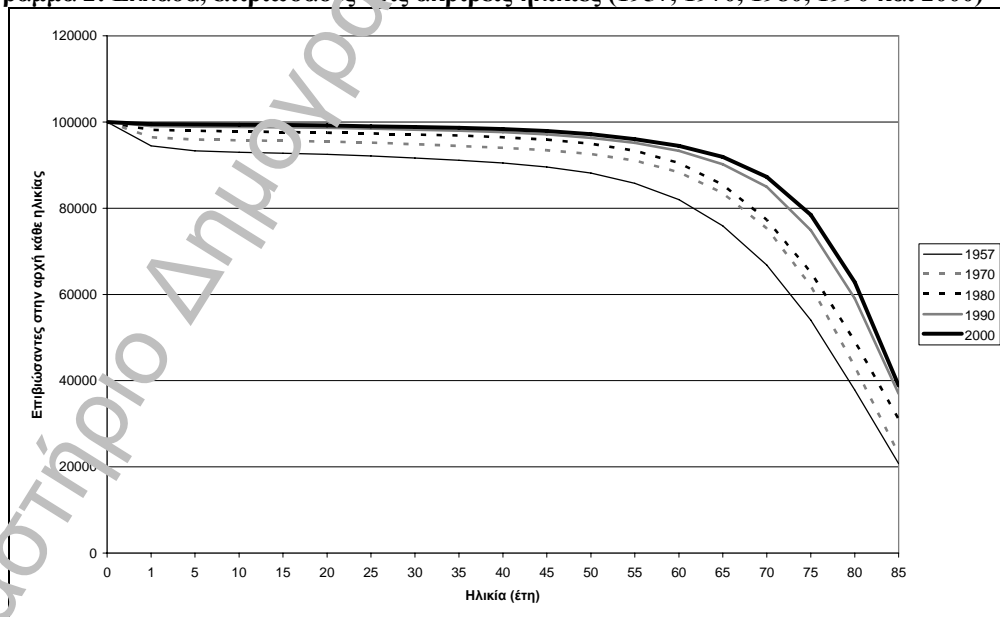
Πηγή: Γ. Σιάμπος(1993)

Εργαστήριο Δημογραφικών & Κοινωνικών Αναλύσεων

Διάγραμμα 1: Ελλάδα πιθανότητες θανάτου (%) γυναικών (1957, 1970, 1980, 1990 και 2000)



Διάγραμμα 2: Ελλάδα, επιβιώσασες στις ακριβείς ηλικίες (1957, 1970, 1980, 1990 και 2000)



- ${}_n P_x$ : ο μέσος πληθυσμός ανά πενταετείς ηλικιακές ομάδες (ηλικία σε συμπληρωμένα έτη)
- ${}_n m_x$ : οι ειδικοί συντελεστές θνησιμότητας. Οι συντελεστές αυτοί υπολογίζονται ως λόγος των καταγραφέντων θανάτων στη κάθε ηλικιακή ομάδα σε ένα ημερολογιακό έτος προς το μέσο πληθυσμό των αντίστοιχων ηλικιακών ομάδων κατά το ίδιο έτος
- ${}_n q_x$ : οι πιθανότητες θανάτου ανάμεσα στην ακριβή ηλικία  $x$  και στην ακριβή ηλικία  $x+1$ . Οι δείκτες αυτοί υπολογίζονται βάσει των ειδικών συντελεστών θνησιμότητας  ${}_n m_x$

Οι πιθανότητες θανάτου μπορούν να υπολογισθούν για όλες τις ηλικιακές ομάδες (αν δεχθούμε ότι οι θάνατοι είναι ισοκατανεμημένοι στο εσωτερικό κάθε ηλικιακής ομάδας) με βάση τον προαναφερθέντα γενικό τύπο

$${}_n q_x = \frac{2 \times n \times {}_n m_x}{2 + n \times {}_n m_x}$$

και επομένως, όταν έχουμε πενταετείς ηλικιακές ομάδες, βάσει του τύπου:

$${}_5 q_x = \frac{2 \times 5 \times {}_5 m_x}{2 + 5 \times {}_5 m_x}$$

Για την τελευταία ηλικιακή ομάδα (85+) όμως, επιλέγουμε την μέθοδο υπολογισμού που εκθέσαμε προηγουμένως. Έτσι, όταν έχουμε τις κάτωθι σειρές:

- ${}_5 d_x$ : οι θάνατοι του πίνακα επιβίωσης. Υπολογίζονται με βάση τις πιθανότητες θανάτου, πιθανότητες οι οποίες πολλαπλασιάζονται με τους επιβιώσαντες της πλασματικής γενεάς ακριβούς ηλικίας  $x$  (ξεκινώντας πάντα από τη «ρίζα» της γενεάς, δηλ. 100.000 άτομα). Επομένως, εάν έχουμε πενταετείς ηλικιακές ομάδες, οι θάνατοι του πίνακα υπολογίζονται ως εξής:

$$\begin{aligned} {}_5 d_0 &= l_0 \times {}_5 q_0 \\ {}_5 d_5 &= l_5 \times {}_5 q_5 \\ \dots & \dots \dots \dots \\ {}_5 d_x &= l_x \times {}_5 q_x \end{aligned}$$

- ${}_n l_x$  ή  ${}_n S_x$ : οι επιβιώσαντες του πίνακα επιβίωσης στις ακριβείς ηλικίες που υπολογίζονται ως εξής όταν έχουμε πενταετείς ηλικιακές ομάδες:

$$\begin{aligned} l_0 &= 100.000 \\ l_5 &= l_0 - {}_5 d_0 \\ \dots & \dots \dots \dots \\ l_x &= l_{x-5} - {}_5 d_{x-5} \end{aligned}$$

${}_n L_x$ : οι επιβιώσαντες στο μεσοδιάστημα ανάμεσα στα διαδοχικά ακριβή έτη. Υπολογίζονται για την πλασματική γενεά σε συνδυασμό με τους θανάτους βάσει του γενικού τύπου

$${}_n L_x = n \times (l_{x+n} + 0.50 \times {}_n d_x)$$



και, ειδικότερα, όταν έχουμε πενταετείς ηλικιακές ομάδες, ως εξής:

$$\begin{aligned} {}_5L_0 &= 5 \times (l_5 + 0.5 \times {}_5d_0) \\ {}_5L_5 &= 5 \times (l_0 + 0.5 \times {}_5d_5) \\ &\dots \dots \dots \\ {}_5L_x &= 5 \times (l_{x+5} + 0.5 \times {}_5d_x) \end{aligned}$$

- ${}_nT_x$ : το πλήθος των ετών ζωής που βιώνουν συνολικά (αθροιστικά) οι επιζώντες του πίνακα στο μεσοδιάστημα ανάμεσα στα διαδοχικές επετείους από την ηλικία  $x$  έως το τέλος της ζωής τους. Υπολογίζονται επομένως ως το άθροισμα των  ${}_nL_x$  από την ηλικία  $x$  ως την ανώτατη ηλικία  $\omega-1$ , και, όταν έχουμε πενταετείς ηλικιακές ομάδες, ως εξής:

$$\begin{aligned} T_0 &= \sum_{x \geq 0} {}_5L_x \\ T_5 &= T_0 - {}_5L_0 \\ &\dots \dots \dots \\ T_x &= T_{x-5} - {}_5L_{x-5} \end{aligned}$$

- $e_x$ : προσδοκώμενη ζωή στην ακριβή ηλικία  $x$ . Υπολογίζεται ως εξής:

$$\begin{aligned} e_0 &= \frac{T_0}{l_0} \\ e_5 &= \frac{T_5}{l_5} \\ &\dots \dots \dots \\ e_x &= \frac{T_x}{l_x} \end{aligned}$$

Συνήθως, σε ένα συνεπτυγμένο πίνακα, όταν αυτό είναι δυνατόν, διαχωρίζουμε τη βρεφική θνησιμότητα (δηλαδή τη θνησιμότητα ανάμεσα στη γέννηση και στα πρώτα γενέθλια) από τη θνησιμότητα ανάμεσα στα πρώτα γενέθλια και τα πέμπτα γενέθλια (δηλαδή ανάμεσα στις ακριβείς ηλικίες 1 και 5). Για τον υπολογισμό της βρεφικής θνησιμότητας χρησιμοποιούμε τον προαναφερθέντα τύπο:

$$q_0 = \frac{m_0}{1 + (1-f) \times m_0}$$

ενώ οι πιθανότητες θανάτου ανάμεσα στις ακριβείς ηλικίες 1 και 5, υπολογίζονται βάσει του τύπου:

$${}_4q_1 = \frac{2 \times {}_4m_1 + m_1}{2 + {}_4m_1}$$

Στην περίπτωση αυτή επομένως θα έχουμε για τον υπολογισμό των δύο πρώτων  $L_x$ :

$$\begin{aligned} L_0 &= l_1 + 0.25 \times d_0 \\ {}_4L_1 &= 4 \times (l_5 + 0.50 \times {}_4d_1) \end{aligned}$$

Εργαστήριο Δημογραφικών & Κοινωνικών Αναλύσεων